Gara Matematica

Dipartimento di Matematica "Ulisse Dini"
Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze

30 Marzo 2015

Esercizio 1

Un orologio a muro meccanico (a 12 ore) ha le lancette delle ore e dei minuti che si muovono continuamente. Trascorsi k minuti dopo mezzogiorno (ma prima della mezzanotte), la lancetta delle ore e quella dei minuti formano un angolo di 45^o. Quali sono i possibili valori interi di k?

Esercizio 2

Consideriamo un punto interno P a un esagono regolare. Collegando P a ciascun vertice del poligono, otteniamo sei triangoli. Coloriamo alternativamente tali triangoli di bianco e di nero, in modo che due triangoli adiacenti abbiano colore diverso.

1. Provare che la somma delle aree di tutti i triangoli bianchi è uguale alla somma delle aree di tutti i triangoli neri.
2. La stessa proprietà vale per un poligono regolare di $2n$ lati?

Esercizio 3

1. Sia A_n il numero ottenuto scrivendo consecutivamente le cifre di $2^1, 2^2, \ldots, 2^n$ (ad esempio $A_4 = 24816$). Dimostrare che per ogni $n > 0$, 2^n divide A_n.
2. Sia B_n il numero ottenuto scrivendo consecutivamente le cifre di $b^1, b^2, \ldots, b^n$ con b intero positivo. Determinare tutti i valori di b per cui b^n divide B_n per ogni $n > 0$.

Esercizio 4

Coloriamo ogni quadratino unitario di una griglia $n \times n$ di bianco o di nero, in modo tale che tra tutti i quadrati 2×2 contenuti nella griglia siano rappresentate tutte le possibili colorazioni di quadrati 2×2 con questi due colori (colorazioni ottenute da un'altra tramite riflessione e rotazione sono differenti).

1. Determina il minimo numero n per cui questo è possibile.
2. Per tale n determina il numero minimo m di quadretti neri.