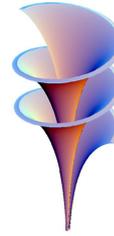




GARA MATEMATICA

Dipartimento di Matematica "Ulisse Dini"

Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze



21 Marzo 2016

Esercizio 1

In un torneo a girone all'italiana a cui partecipano 18 squadre sono già state giocate 8 giornate. Dimostrare che esistono 3 squadre che non hanno giocato nessuna partita tra di loro.

(In un torneo a girone all'italiana ogni squadra gioca esattamente una volta contro tutte le altre ed è impegnata in una partita in ogni giornata del torneo)

Esercizio 2

N interruttori elettrici sono disposti in fila e sono connessi in modo tale che se uno di essi viene spento, l'interruttore alla sua destra (se esiste) cambia posizione (se è spento, diventa acceso e viceversa).

All'inizio, sono tutti spenti. Pietro cambia la posizione al primo interruttore (quello all'estrema sinistra) una volta, poi al secondo interruttore due volte, poi al terzo interruttore tre volte, e così via, fino a cambiare posizione all' N -esimo interruttore N volte. Alla fine, quanti saranno gli interruttori accesi?

Esercizio 3

Sia ABC un triangolo i cui lati hanno lunghezza intera. Si indichi con AB il lato (o uno dei lati) di lunghezza maggiore. Sia P il punto di intersezione tra la bisettrice dell'angolo in B e l'altezza condotta dal vertice C .

- Si dimostri che il rapporto tra le aree dei triangoli APB e APC è un numero razionale
- Esprimere l'area del triangolo BPC in funzione delle lunghezze dei lati del triangolo ABC .

Esercizio 4

Una vasca ha la forma di una semisfera di raggio 1 ed è riempita d'acqua fino all'orlo. Un parallelepipedo rettangolo viene immerso, anche solo parzialmente, nella vasca. Quali dimensioni (cioè quali lunghezze degli spigoli) deve avere il parallelepipedo affinché possa spingere fuori dalla vasca la maggior quantità d'acqua possibile?

In che posizione deve essere immerso?