

10 Aprile 2017

Esercizio 1

Determinare un numero naturale di 100 cifre, tutte diverse da zero, che sia divisibile per la somma delle sue cifre.

Esercizio 2

Qual è il più grande numero intero tale che ogni sua cifra, ad eccezione della prima e dell'ultima, sia minore della media delle cifre ad essa adiacenti?

Esercizio 3

Un treno è composto da una motrice e da n vagoni numerati da 1 a n e ordinati in modo casuale. Si vogliono riordinare i vagoni in modo crescente ovvero in modo che il vagone 1 sia collegato direttamente alla motrice e il vagone n sia quello di coda. Il treno proviene da A e si dirige verso B. È possibile sganciare blocchi di uno o più vagoni e appoggiarli nel binario morto C in figura 1, di capienza illimitata. È possibile entrare nel binario morto solo proveniendo da A e se ne esce soltanto andando verso B. I vagoni una volta in B non possono essere riportati indietro. Gli spostamenti dei vagoni avvengono senza l'intervento della motrice.

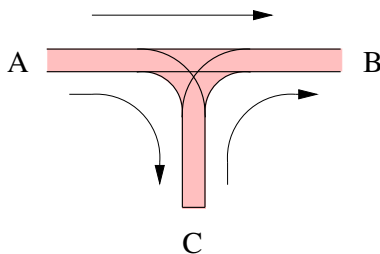


Figura 1

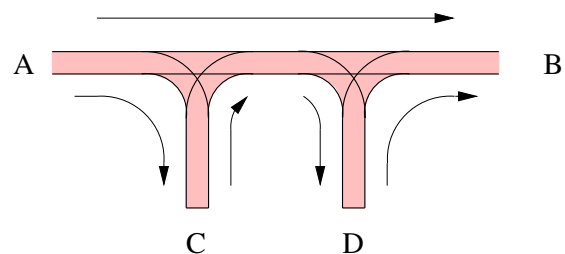


Figura 2

- È sempre possibile ordinare un treno composto da motrice e tre vagoni?
- In quali casi è possibile ordinare un treno composto da n vagoni?
- Potendo disporre due binari morti C e D come in figura 2, è sempre possibile ordinare un treno di 6 vagoni?

Esercizio 4

Sia $ABCD$ un parallelogramma di area 2 e sia P un suo punto interno.

- Dimostrare che $AP + BP + CP + DP \geq 4$
- Dimostrare che $AP \cdot CP + BP \cdot DP \geq 2$
- In quali casi può valere il segno di uguaglianza nelle disuguaglianze precedenti?