



# GARA MATEMATICA

Dipartimento di Matematica e Informatica "Ulisse Dini"  
Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze

26 marzo 2018

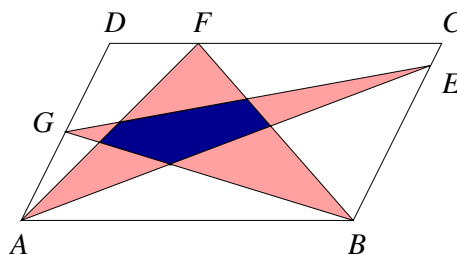
## Esercizio 1

Ad un numero  $n$  composto da 5 cifre (senza zero iniziale) si toglie la cifra centrale (quella delle centinaia), ottenendo così un numero  $m$  più piccolo. Per quali numeri  $m$  è un divisore di  $n$ ?

## Esercizio 2

Dato un parallelogramma  $ABCD$  e scelti tre punti  $E \in BC$ ,  $F \in CD$ ,  $G \in AD$ , si tracciano le diagonali del pentagono  $ABEFG$ .

Dimostrare che il valore della differenza tra l'area bianca e quella grigia scura in figura non dipende dalla scelta di  $E$ ,  $F$ ,  $G$ .



## Esercizio 3

Scelti quattro numeri interi  $p$ ,  $q$ ,  $r$  e  $s$ , disponiamoli idealmente in circolo e formiamone altri quattro prendendo le differenze (in valore assoluto) tra numeri adiacenti: in altri termini consideriamo  $|p - q|$ ,  $|q - r|$ ,  $|r - s|$  e  $|s - p|$ . Sostituiamo i primi quattro numeri con questi appena trovati e ripetiamo il procedimento. Dimostrare che comunque si scelgano i quattro numeri iniziali, prima o poi arriveremo a formare la quaterna  $0, 0, 0, 0$ .

Cosa cambierebbe se i numeri iniziali fossero cinque?

## Esercizio 4

Da un cartoncino circolare di raggio 2 si vogliono ritagliare due quadrati di lato arbitrario in modo che l'area del cartoncino avanzato sia minima.

In che modo si devono tagliare i quadrati? Quanto vale l'area della parte avanzata?