



# GARA MATEMATICA

Dipartimento di Matematica e Informatica "Ulisse Dini"

Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze

**29 marzo 2021**

## Esercizio 1

In una scacchiera  $8 \times 8$  il re si trova inizialmente in una delle quattro caselle centrali. In quanti modi diversi, dopo 4 mosse, il re si troverà in una casella dello stesso colore di quella iniziale? (Ricordiamo che, nel gioco degli scacchi, ad ogni mossa il re si può muovere soltanto in una delle caselle confinanti per un lato o per un vertice a quella dove si trova.)

## Esercizio 2

Sia  $ABC$  un triangolo equilatero. Sul prolungamento di  $AC$  dalla parte di  $C$  si sceglie un punto  $E$ . Sia  $D$  un punto nel semipiano opposto ad  $A$  rispetto a  $BE$  tale che  $CDE$  sia un triangolo equilatero. Siano poi  $M$  ed  $N$  rispettivamente i punti medi di  $AD$  e  $BE$ . Dimostrare che il triangolo  $CMN$  è equilatero.

## Esercizio 3

Sia  $n$  un intero positivo. Dimostrare che il numero di divisori di  $n$  che terminano per 1 o per 9 è maggiore o uguale al numero di divisori di  $n$  che terminano per 3 o per 7.

## Esercizio 4

All'interno di una corona circolare individuata da circonferenze di raggio 1 e raggio  $r > 1$  si dispongono dei punti in modo che la distanza tra una qualsiasi coppia di essi sia almeno 1. Qual è il valore minimo di  $r$  che permette di disporre 12? Qual è il valore minimo di  $r$  che permette di disporre 18?